



Gutachten über die Dissertation
Semidefinite Approaches to Ordering Problems
von Philipp Hungerländer

In der Kombinatorischen Optimierung gehören diverse Varianten von Ordnungsproblemen mit ihren zahlreichen Anwendungen in Industrie, Wirtschaft und den Naturwissenschaften zu den Basisherforderungen. Dementsprechend sind sie gut studiert und Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen, gerade in der letzten Zeit. Die meiste einschlägige Literatur befasst sich mit der zugehörigen polyedrischen Kombinatorik und auf Linearen-Programmierungsrelaxierungen („LP-Relaxierungen“) basierte Branch&Cut-Ansätze, jedoch sind auch auf Semidefiniter Programmierung beruhende Ansätze in den letzten Jahren zunehmend populärer geworden. Insofern ist es ein mutiges Unterfangen, sich gerade an diese Klasse von Problemen heranzuwagen, und das tut Herr Hungerländer in der vorliegenden Dissertation. Sein Ansatz beruht auf der Semidefiniten Programmierung (SDP).

Die Dissertation gliedert sich in drei Teile. In Teil I (Introduction: Kapitel 1–3) erfolgt zunächst eine Übersicht und dann eine Einführung in Theorie und Praxis der Semidefiniten Programmierung mit dem Ziel, eine in sich geschlossene Arbeit vorzulegen, die man (als mathematischer Optimierer) ohne Sekundärliteratur lesen kann. Das ist Herrn Hungerländer sehr gut gelungen: Man wird auf einer elementaren Ebene abgeholt und erfährt alles für das folgende Nötige auf sehr kompakte Weise.

In Teil II (Theory & Algorithms: Kapitel 4–9) werden sechs Ordnungsprobleme behandelt. Dabei erfolgt immer zunächst eine Einführung, insbesondere auch eine Zusammenfassung der auf Linearer Programmierung basierenden algorithmischen Ansätze (soweit vorhanden) und dann eine Entwicklung eigener auf Semidefiniter Programmierung beruhender Ansätze. Zu den soeben erwähnten Zusammenfassungen möchte ich global feststellen, dass sie stets die bisherigen Entwicklungen korrekt und adäquat wiedergeben. Auch hier zeigt sich Herrn Hungerländers Geschick, auf wenig Platz alles

Notwendige zu schreiben, so dass weder Langeweile noch Überforderung entsteht. Auch wird die Literatur stets korrekt und adäquat zitiert.

Kapitel 4 ist dem *Linear Ordering Problem* gewidmet. Hier gab es bereits Vorarbeiten, auf denen Herr Hungerländer aufbauen konnte. Nach der Entwicklung einer Basis-SDP-Relaxierung wird diese zunächst durch die Dreiecksungleichungen des metrischen Polytops, und dann, und das ist neu, zusätzlich durch gewisse „Lovász-Schrijver-Ungleichungen“ verstärkt. Wir bezeichnen diese Relaxierung zur späteren Verwendung als „Typ-4-Relaxierung“. Dann wird gezeigt, dass die Basis-SDP-Relaxierung wenigstens so stark wie die gängige Basis-LP-Relaxierung ist, und dass die Verstärkung gewisse stärkere LP-Relaxierungen dominiert. Letzteres geschieht teilweise in Vorgriff auf die Untersuchungen in Kapitel 10.

Das *Minimum Linear Arrangement Problem* ist Gegenstand von Kapitel 5. Hier können die Überlegungen des vorangegangenen Kapitels übernommen werden, da nur die Zielfunktion eine andere ist. Stärken-Vergleiche zu LP-Relaxierungen werden hier nur diskutiert, aber nicht durchgeführt.

Ein in der letzten Zeit intensiv studiertes Ordnungsproblem, das *Single Row Facility Layout Problem*, wird in Kapitel 6 behandelt. Hier beschreibt Herr Hungerländer die Vorarbeiten von Anjos et al. und vergleicht die dort verwendeten SDP-Relaxierungen mit seiner, die wiederum (leicht) dominiert.

Die besondere Stärke des SDP-Ansatzes kommt so richtig zur Geltung, wenn man die lineare Zielfunktion des Linearen Ordnungsproblems durch eine quadratische ersetzt. Die armen Konkurrenten aus der LP-Welt müssen dann „linearisieren“, was einige Probleme verursacht, während die Kollegen in der SDP-Welt sich genüsslich zurücklehnen können. Das resultierende *Quadratic Ordering Problem* ist das Thema von Kapitel 7. (Es sollte eigentlich „Quadratic Linear Ordering Problem“ genannt werden, da sich das „linear“ nicht auf die Zielfunktion, sondern auf lineare Anordnungen, d.h., Permutationen bezieht, aber Herr Hungerländer verwendet durchaus die übliche Bezeichnung.) Alle bisher diskutierten Ordnungsprobleme sind Spezialfälle. Zunächst werden die Beziehungen zum Betweenness-Problem erläutert und dann im Sinne der „Heidelberger Schule“ um Gerhard Reinelt entsprechende Polytope „kleiner Dimension“ studiert und zur Verstärkung der Typ-4-Relaxierung verwendet. Sodann diskutiert Herr Hungerländer eine heuristische Methode zur weiteren Verstärkung der Relaxierung, die für alle bisher und in den kommenden beiden Kapiteln diskutierten Probleme, aber auch für das Maximum Schnitt Problem nützlich sein können: „vielversprechende“ K_5 -Ungleichungen des Schnittpolytops, die dynamisch generiert werden. (Alle K_p -Ungleichungen mit ungeradem p definieren Facetten des Schnittpolytops.)

Kapitel 8 ist dem *Multi-level Crossing Minimization Problem* gewidmet. Das ist ein Standardproblem im Bereich des Automatischen Zeichnens von Graphen, bei dem ich an mehreren Vorarbeiten selbst beteiligt war. Die Anpassung der in den vorangegangenen Kapiteln entwickelten Techniken ist hier etwas aufwändiger, aber es gelingt eine SDP-Relaxierung, die zur stärksten des siebten Kapitels korrespondiert. Herr Hungerländer studiert ausführlich deren relative Stärke im Vergleich zu diversen LP-Relaxierungen. Hier zeigt er seine souveräne Beherrschung der Techniken der polyedrischen Kombinatorik. Da ich selbst Koautor der zugrunde liegenden Veröffentlichungen (Referenzen [44] und [45] in der Dissertation) bin, muss ich mich bei der inhaltlichen Bewertung

zurückhalten, ich sollte jedoch betonen, dass Herr Hungerländer die treibende Kraft war. Wie wir später sehen werden, sind die hier entwickelten theoretischen Fortschritte von grosser praktischer Bedeutung.

Mit dem abschließenden Kapitel 9 zur *Multi-level Verticality Optimization* krönt Herr Hungerländer den zweiten Teil seiner Dissertation. Während alle bisher betrachteten Ordnungsprobleme eine mehr oder weniger lange Vorgeschichte hatten, führt Herr Hungerländer hier ein neues Problem im Bereich des Layouts gerichteter azyklischer Graphen ein. Die Aufgabe im achten Kapitel entspricht der zweiten Phase des Sugiyama-Verfahrens, das eines der populärsten Layoutverfahren überhaupt ist. Allerdings hat das Grundverfahren mehrere Nachteile, selbst wenn man das Multi-level Crossing Minimization Problem optimal löst. Insofern ist die hier vorgeschlagene neue Herangehensweise hochinteressant, da sie von dem Ziel der dritte Phase des Sugiyama-Verfahrens motiviert ist: lange Kanten, die mehrere Schichten überschreiten, sollen weitgehend vertikal gezeichnet werden. Er modelliert das Problem als ein *Multi-level Quadratic Ordering Problem* und kann so alle Register der vorangegangenen Kapitel ziehen. Es entsteht eine bemerkenswerte Studie, die die in den vorangegangenen Kapiteln behandelten Punkte umfasst und darüber hinaus geht.

Teil III (Experiments & Outlook: Kapitel 10–16) enthält zunächst für jedes Kapitel in Teil II ein „Zwillingskapitel“, in dem Herr Hungerländer mit eigenen auf seinen neuen SDP-Relaxierungen basierenden Implementierungen experimentiert. Diese Studien sind vorbildliche Beispiele für „Algorithm Engineering“. Ich verzichte darauf, sie einzeln zu würdigen, möchte allerdings feststellen, dass Herr Hungerländer in allen Fällen Fortschritte in Bezug auf die Lösbarkeit von Benchmark-Instanzen erzielen kann, viele werden hier erstmals gelöst. Die ausführlichste Studie findet sich natürlich in Kapitel 15, dem „Zillingskapitel“ zum krönenden Kapitel 9 zur *Multi-level Verticality Optimization*. Das ist eine auch aus Sicht der „Graph Drawing Community“ sehr überzeugende Studie. In Kapitel 16 zieht Herr Hungerländer das Fazit, dass er demonstrieren konnte, dass diese Fortschritte im Wesentlichen auf drei Beiträgen beruhen: stärkeren SDP-Relaxationen, auf diese angepasste Algorithmen sowie die Verwendung geeigneter SDP-basierter Heuristiken. Am Ende zeigt er zukünftige Forschungsrichtungen auf.

Große Teile der Dissertation sind bereits veröffentlicht, Das ist bereits ein „Gütesiegel“ jenseits meiner Evaluation.

Der klare Aufbau, der souveräne Umgang mit den Techniken der Semidefiniten Programmierung und der Polyedrischen Kombinatorik, die Einführung einer interessanten neuen Technik zum automatischen Graphenzeichnen sowie das vorbildliche „Algorithm Engineering“ haben mich beeindruckt. Das ist eine sehr gelungene Dissertation, die durch ihre sorgfältigen Analysen und Experimente überzeugt und einen deutlichen Fortschritt für relevante Ordnungsprobleme erzielt. Die sorgfältige Präsentation macht die Lektüre zu einem Vergnügen.

Deshalb bewerte ich die Arbeit mit der Note

sehr gut (1,0).

Köln, den 5. Februar 2012



Prof. Dr. Michael Jünger